UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS, NATURAIS E DA SAÚDE
DEPARTAMENTO DE QUÍMICA E FÍSICA LICENCIATURA EM FÍSICA

Lênin Azevêdo de Azevedo

Desvendando o Universo Subatômico: Uma Introdução aos Neutrinos e sua Natureza Oscilatória

Alegre, ES, Brasil

2024

Lênin Azevêdo de Azevedo

Desvendando o Universo Subatômico: Uma Introdução aos Neutrinos e sua Natureza Oscilatória

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Física, pela Universidade Federal do Espírito Santo.

Orientador: Prof. Dr. Júnior Diniz Toniato

Coorientador: Prof. Dr. José Alexandre Nogueira

Alegre, ES, Brasil

2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM FÍSICA - LICENCIATURA

Lênin Azevêdo de Azevedo

Desvendando o Universo Subatômico: Uma Introdução aos Neutrinos e sua Natureza Oscilatória

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Física, pela Universidade Federal do Espírito Santo.

Aprovado em: 12 de abril de 2024.

Banca Examinadora

_____

Dr. Júnior Diniz Toniato

Orientador

Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

_____

Prof. Dr. José Alexandre Nogueira

Coorientador

Universidade Federal do Espírito Santo – UFES

_____

Prof. Dr. Guilherme Rodrigues Lima

Universidade Federal do Espírito Santo – UFES

_____

Prof. Dr. Ramón Giostri Campos

Coordenador do Curso de Física Licenciatura (CCFL) / CCENS

Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

Dedico esse trabalho aos meus pais, minha mãe Dulcilene Azevêdo e meu pai Robisvaldo de Azevedo, aos meus avós paternos, Osvaldo de Azevedo e dona Jardinalva Pereira e maternos, Osvaldo Azevedo (in memorian) e Cândida Miranda (in memorian).

Agradecimentos

Agradeço a todos os meus familiares pelo apoio, carinho e amor. Em especial, a minha mãe, Dulcilene Maria Miranda Azevêdo, seu apoio sempre foi fundamental na minha trajetória de vida, pois sua força de vontade em ajudar as pessoas me inspira. Ao meu pai, Robisvaldo Pereira de Azevedo por ter me ensinado a viver a vida de forma mais tranquila, sempre buscar a paz de espirito interno e a felicidade em coisas simples da vida. Aos meus irmãos mais velhos Vitor Azevedo Schneider e Álvaro Azevedo de Azevedo por todas nossas conversas e reflexões em momentos difíceis e decisivos na minha história. Ao meu tio Celino Miranda Azevedo, por ter sido como um pai para mim e meus irmãos nos últimos anos. Ao meu avô Vardim e minha avó Candinha, por ter construído uma base de sustentação para uma família inteira, a força e determinação deles me inspira e todos os ensinamentos que aprendi quando criança e adolescente fizeram de mim a pessoa que sou hoje. Ao meu avô Osvaldo e avô Nalva pelos ensinamentos espirituais, e que simples ações de amor e carinho é o que mantem a família e as pessoas que amamos sempre por perto, com eles aprendi a valorizar ainda mais cada momento em família e a importância desses momentos para nossa alma.

Uma pessoa em especial merece meus eternos agradecimentos, minha parceira, namorada e melhor amiga, Karoline Campi, por toda motivação que tem me dado a continuar seguindo atrás os meus sonhos como cientista e pesquisador. Estamos seguindo nossos sonhos juntos, lado a lado, a sua dedicação e determinação nessa trajetória é incrivelmente inspiradora. Muito obrigado por tudo, e por todo amor do mundo.

A todos os professores do corpo docente de Física da UFES que me ensinaram de forma direta e indiretamente, em especial aos meus orientadores Prof. Dr. Junior Diniz Toniato e Prof. Dr. José Alexandre Nogueira pelo conhecimento compartilhado de forma paciente e profissional. Agradeço pelos ensinamentos passados em nossas reuniões, levarei para toda minha vida.

Aos meus amigos de infância, aos quais considero como irmãos, eles fizeram do meu mundo um lugar melhor, mais divertido e feliz. Com eles eu aprendi a valorizar cada momento junto, e que com os amigos certos, sempre estaremos bem. Certamente, a minha personalidade está entrelaçada as experiencias de vida que tive com cada um deles. São estes, André, Júlio, Tairon, Marcus Gabriel, Vittor, Manoel Neto, Cássio, Daniel, Igor, meu primo e amigo Augusto, Lucas, Vinicius, Domício, Diogo e Messias.

“Saruman acredita que apenas um grande poder pode manter o mal sobre controle, mas não é o que descobri. Descobri que são as pequenas coisas, as tarefas diárias de pessoas comuns que mantém o mal afastado, simples ações de bondade e amor.”

Gandalf, o Cinzento.

Resumo

A física dos neutrinos emerge como uma solução para resolver a falta de conservação de energia e momento linear no decaimento beta, introduzindo uma terceira partícula fundamental. Desde então, os neutrinos têm sido objeto de extensa investigação, levando a várias descobertas significativas. No entanto, persistem questões não resolvidas, como a origem de sua massa, a hierarquia das massas e sua natureza fermiônica, que continuam a desafiar nossa compreensão. Este trabalho tem como objetivo oferecer uma visão geral dos conceitos essenciais necessários para a compreensão dessas questões em aberto, servindo como uma introdução fundamental ao estudo dos neutrinos. Além de explorar aspectos históricos relevantes sobre os neutrinos, apresentamos uma análise detalhada de sua natureza fermiônica baseada na equação de Dirac, uma breve exploração das simetrias, incluindo Paridade e Conjugação Carga Paridade, e um estudo sobre o fenômeno complexo das oscilações de neutrinos. Ao final, espero que este trabalho sirva como uma base sólida para futuras pesquisas e proporcione uma compreensão mais profunda dessas partículas elusivas e intrigantes.

Palavras-chave: Neutrinos; Detecção do neutrino; Física de partículas; Oscilação de Neutrinos.

Abstract

Neutrino physics emerges as a solution to address the lack of conservation of energy and linear momentum in beta decay, introducing a third fundamental particle. Since then, neutrinos have been the subject of extensive investigation, leading to several significant discoveries. However, unresolved questions persist, such as the origin of their mass, the mass hierarchy, and their fermionic nature, which continue to challenge our understanding. This work aims to provide an overview of the essential concepts necessary for understanding these open questions, serving as a fundamental introduction to the study of neutrinos. In addition to exploring relevant historical aspects of neutrinos, we present a detailed analysis of their fermionic nature based on the Dirac equation, a brief exploration of symmetries, including Parity and Charge-Parity Conjugation, and a study on the complex phenomenon of neutrino oscillations. In conclusion, I hope this work will serve as a solid foundation for future research and provide a deeper understanding of these elusive and intriguing particles..

Keywords: Neutrinos; Neutrino Detection; Particle Physics; Neutrino Oscillation.

Lista de Figuras

Figura 1. Esquema Experimental realizado para detecção de neutrinos do elétron.....18

Figura 2. Esquema do experimento que verifica se neutrinos relacionados ao múon são diferentes daqueles do elétron.....19

Figura 3. Esquema experimental realizado para detecção de neutrinos do tau.....22

Figura 4. Representação do Mar de Dirac.....37

Figura 5. (a) Representação de uma partícula com helicidade de mão direita; (b) Representação de uma partícula com helicidade de mão esquerda.....40

Figura 6. (a) Representação do caso comum, em que o elétron é emitido na direção do spin do núcleo; (b) Representação do caso raro, em que o elétron é emitido na direção oposta ao spin do núcleo.....41

Figura 7. Os espectros de energia calculados para neutrinos solares.....47

Figura 8. Super-Kamiokande.....52

Figura 9. The Sudbury Neutrino Observatory (SNO).....53

Lista de Símbolos

E	Energia
m	Massa
c	Velocidade da luz no vácuo
n	Nêutron
p^+	Próton
e^-	Elétron
$\overline{v_e}$	Antineutrino do elétron
e^+	Pósitron
v_e	Neutrino do elétron
Γ	Raios gama
γ	Fótons
μ^+	Múon
μ^-	Antimúon
π^+	Píon carregado positivamente
τ^-	Tau
v_τ	Neutrino do tau
v_μ	Neutrino do múon
π^-	Píon carregado negativamente
π^0	Píon neutro
D_s^-	Méson $charm$ carregado negativamente
p	Momento
$\hat{E}$	Operador energia
$\hat{p}$	Operador momento
ψ	Função de onda
t	Tempo
∇^2	Operador laplaciano
∇	Operador gradiente
ρ	Densidade de probabilidade

j	Corrente de probabilidade
$\widehat{H}_D$	Hamiltoniano de Dirac
λ	Autovalor
u	Espinor de Dirac
σ	Matrizes de Pauli
l^+	Lépton carregado positivamente
l^-	Lépton carregado negativamente
h	Helicidade
$\bar{v}_\mu$	Antineutrino do múon
P	Paridade
C	Conjugação de carga
CP	Conjugação de carga e paridade
H	Hamiltoniano
$\hbar$	Constante reduzida de Planck

Sumário

1 Introdução 12

1.1 Objetivos 14

2 Breve história sobre os Neutrinos 15

2.1 Detecção dos Neutrinos 17

2.1.1 Detecção de Neutrinos Eletrônicos – Experimento de Cowan e Reines (1957).. 17

2.1.2 Neutrino do Múon - Experimento de Lederman-Schwartz-Steinberger (1962).... 19

2.1.3 Neutrino do Tau - Colaboração DONUT (2000) 20

3 Descrição dos Neutrinos 24

3.1 Equação de Dirac 27

3.2 Forma Covariante da Equação de Dirac 31

3.3 Soluções da Equação de Dirac 32

3.4 Simetrias 38

3.5 Paridade 40

3.6 Conservação combinada de Conjugação de carga e paridade 42

4 Oscilação dos Neutrinos 44

4.1 O problema dos Neutrinos Solares 44

4.2 Oscilação em dois sabores 48

4.3 Confirmação do Fenômeno de Oscilação 51

5 Considerações Finais 56

Referências Bibliográficas 57

1 Introdução

A construção do Modelo Padrão das Partículas Elementares (MP) representa um marco fundamental na história da física de partículas. Surgindo como uma tentativa de unificar as diversas partículas elementares e suas interações, o MP é resultado de décadas de esforços colaborativos e descobertas experimentais. Entre as décadas de 1930 e 1950, com o advento de novas ferramentas experimentais, como os aceleradores de partículas e os estudos de raios cósmicos, uma grande variedade de partículas começou a ser descoberta. Esse conjunto diversificado de partículas, conhecido como o "zoológico de partículas", apresentava uma ampla gama de propriedades, incluindo diferentes tipos de interações, massas, cargas e spins [1].

Foi somente na década de 1960 que os físicos começaram a perceber que prótons e nêutrons, considerados anteriormente como partículas elementares, na verdade eram compostos por partículas ainda menores chamadas quarks. Paralelamente, outra classe de partículas, os léptons, também era estudada, incluindo elétrons, múons, taus e os neutrinos associados a eles. Esses avanços teóricos e experimentais culminaram na formulação do MP, que descreve não apenas as partículas elementares conhecidas, mas também suas interações fundamentais.

O Modelo Padrão (MP) é composto por doze partículas elementares de matéria (quarks e léptons) e quatro bósons mediadores das forças fundamentais (fótons, glúons, bósons W e Z). Além dessas partículas, o bóson de Higgs, que confere massa a outras partículas, também faz parte do modelo. O MP se destaca por sua capacidade de descrever com precisão as interações entre essas partículas e por prever com sucesso os resultados de experimentos de alta energia, bem como os fenômenos observados no universo. Sua validação experimental ao longo de décadas consolidou sua posição como o principal arcabouço teórico da física de partículas atualmente [2].

A física de partículas e a cosmologia estão relacionadas uma vez que a investigação das menores estruturas da matéria possui implicações diretas na compreensão da origem, evolução e composição do universo. No âmbito da cosmologia, destaca-se o Modelo Cosmológico Padrão (MCP), também conhecido

como teoria do Big Bang, que atualmente é o arcabouço teórico mais aceito para descrever os aspectos fundamentais do universo, incluindo sua distribuição de energia em diversas formas. O sucesso desse modelo é evidenciado pela notável concordância entre suas previsões e uma variedade de observações experimentais, como os desvios espectrais para o vermelho observados em galáxias distantes, a abundância de elementos leves como deutério e hélio, a detecção da radiação cósmica de fundo e suas anisotropias, além da formação de estruturas cósmicas como galáxias e aglomerados de galáxias [3].

No entanto, mesmo com o sucesso do Modelo Padrão e do Modelo Cosmológico Padrão, há questões importantes que permanecem sem resposta, especialmente no que diz respeito aos neutrinos. O Modelo Padrão descreve os neutrinos como partículas de spin 1/2, sem carga e sem massa. No entanto, evidências experimentais de oscilações de sabor[1], indicam que os neutrinos têm massa. Essa constatação, somada ao fato de que os neutrinos são a segunda partícula mais abundante no universo, levanta questões fundamentais sobre sua natureza.

[1] Em física de partículas, "sabor" é uma propriedade que se refere aos diferentes tipos de quarks, que são partículas fundamentais que compõem a matéria. Existem seis tipos de sabores de quarks conhecidos: up, down, charm, strange, top e bottom. O termo "sabor" é usado para distinguir e descrever as propriedades dos quarks em diversas interações físicas.

1.1 Objetivos

Objetivo geral:

- Estabelecer um texto introdutório sobre os neutrinos, fundamentado em referências teóricas consolidadas no meio científico e acadêmico, a fim de contextualizar adequadamente a relevância e a complexidade destas partículas na física moderna.

Objetivos específicos:

- Investigar os aspectos históricos fundamentais relacionados aos neutrinos, desde sua descoberta até os avanços mais recentes, relacionados ao fenômeno de oscilação.
- Descrever a formulação da mecânica quântica relativística e explorar as simetrias relacionadas às interações fracas.
- Explorar a natureza oscilatória dos neutrinos.

2 Breve história sobre os Neutrinos

Em 1930, durante a investigação do decaimento beta nuclear, um desafio intrigante se apresentou. No processo de decaimento beta, um núcleo radioativo X se transforma em um núcleo ligeiramente mais leve, Y, com a emissão de um elétron. Atualmente sabemos que neste processo, um nêutron se transforma em um próton, emitindo um elétron, no entanto, em 1930, a existência dos nêutrons não era conhecida [4].

O decaimento beta é considerado um decaimento dois corpos, então podemos considerar um decaimento de dois corpos genérico,

$$X \rightarrow Y + Z,$$

onde o núcleo X que está em repouso, decai produzindo o núcleo Y mais a partícula Z[2]. A soma das massas Y e Z é diferente da massa de X, onde, pela lei da conservação de energia, esta diferença aparece como energia cinética da partícula Z. Em outras palavras, se um núcleo X sempre tiver como produto de decaimento Y e Z, a diferença de massa entre X e Y deve ser sempre a mesma, bem como a energia cinética da partícula Z [4].

Como a massa do elétron é muito menor do que a do nêutron, toda a energia liberada no processo de decaimento deveria ser convertida em energia cinética do elétron, de modo que este elétron emitido estivesse sempre com a mesma energia cinética. Porém, era observado em experimentos que o elétron assumia diferentes energias, um espectro continuo de energias indo de contraponto à teoria daquela época. A conservação de energia dita que a energia do elétron seja:

$$E = \left(\frac{m^2{}_X - m^2{}_Y + m^2{}_e}{2m_X}\right)c^2 \tag{2.1}$$

[2] Em decaimentos alfa e gama, Z representaria uma partícula alfa e um fóton.

A fim de solucionar o problema, Niels Bohr propôs que a energia não era conservada em processos nucleares. No entanto, tendo em mente que a conservação de energia é uma lei fundamental, Pauli[3] propôs a existência de uma nova partícula, que seria emitida juntamente com o elétron no processo de decaimento beta e seria responsável pela energia 'desaparecida'. Essa partícula precisava ser eletricamente neutra, para conservar a carga e explicar o motivo de não deixar rastro, além de ter spin ½ e obedecer ao princípio de exclusão. Pauli, inicialmente, não nomeou essa partícula, mas sugeriu suas características [5].

Devido ao fato de que as energias observadas dos elétrons variavam até o valor máximo previsto pela equação (2.1), implicava-se que essa nova partícula deveria ser extremamente leve, ou sem massa. Enrico Fermi, ao desenvolver a teoria do decaimento beta, chamou essa partícula de neutrino [6].

A partir da teoria desenvolvida previamente por Fermi, Hans Bethe e Rudolf Peierls sugeriram que no decaimento beta, um nêutron se transforma em um próton, produzindo um elétron e um antineutrino [7]:

$$n \rightarrow p^{+} + e^{-} + \overline{v_e}, \tag{2.2}$$

e existiria um decaimento beta inverso, em que o próton decai produzindo um nêutron, um pósitron e um neutrino:

$$p^{+} \rightarrow n + e^{+} + v_e\,. \tag{2.3}$$

Utilizando a teoria de Fermi, Hans Bethe e Rudolf Peierls efetuaram o cálculo da probabilidade de interação dos neutrinos com a matéria, mostrando que está deveria ser desprezível. Sendo assim esta descoberta aponta para a implicação de que os neutrinos interagem principalmente por meio da força fraca.

Os neutrinos resolveram o problema do espectro beta contínuo, porém ainda eram tidos como partículas fantasmas, devido a sua difícil detecção.

---

[3] Pauli fez tal proposta por meio de uma carta intitulada “Caros senhores e senhoras radioativas”, direcionada ao grupo de participava de uma conferência de físicos nucleares em Tübingen, Alemanha.

2.1 Detecção dos Neutrinos

Apresentaremos de forma simplificada como foi feita a detecção de neutrinos do Modelo Padrão, sendo estes os Neutrinos Eletrônicos, Neutrinos do Múon e Neutrino do Tau.

2.1.1 Detecção de Neutrinos Eletrônicos – Experimento de Cowan e Reines (1957)

A ideia central era utilizar o reator nuclear de Savannah River, localizado na Carolina do Sul, como uma fonte intensa de neutrinos do elétron. Esse reator produzia, entre outros produtos nucleares, antineutrinos do elétron como subproduto da fissão nuclear. O objetivo era detectar esses neutrinos do elétron por meio da interação com prótons em um grande detector de água.

A proposta do experimento era verificar se iria ocorrer um decaimento beta inverso na interação dos antineutrinos com os prótons dentro do detector de água. Assim, esperava-se a seguinte reação nuclear[4] [8]:

$$\overline{\nu_e} + p^+ \rightarrow n + e^+. \tag{2.4}$$

Assim, o experimento consistia em captar dois sinais elétricos característicos, provenientes deste decaimento beta inverso, um sinal que seria o resultado de uma aniquilação posítron-elétron e outro da captura do nêutron no detector

[4] No período em questão, não se tinha certeza da existência de apenas um tipo de neutrino. No entanto, na notação mais atual, o decaimento beta é descrito em termos do antineutrino do elétron.

Devido ao fato de que os neutrinos interagem pouco com matéria, foi construído barreiras em volta do experimento, de tal forma que as partículas carregadas e outros átomos não alcançassem o aparato experimental.

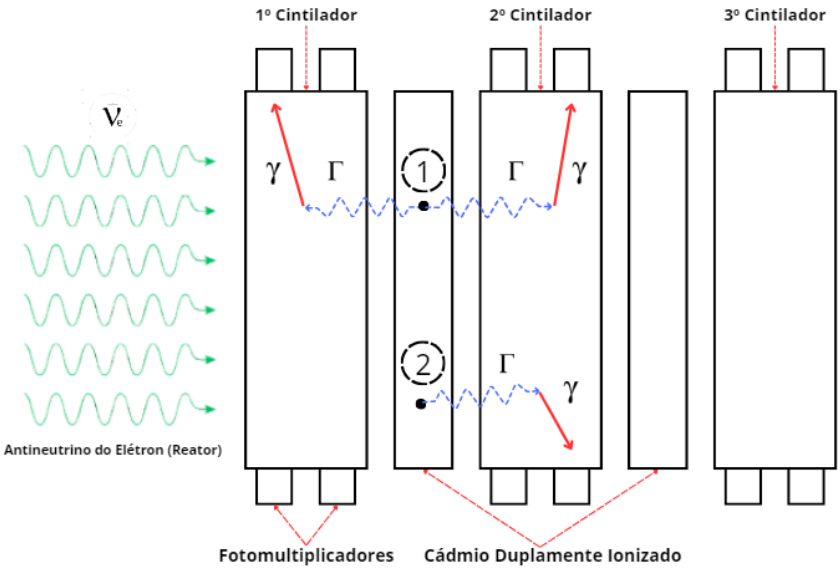

Figura 1. Esquema Experimental realizado para detecção de neutrinos do elétron, adaptado de [9]. Em 1 há uma aniquilação de elétron pósitron produzindo dois feixes de radiação gama (Γ). Em 2 temos a absorção de um nêutron pelo Cd atômico liberando radiação (Γ). O símbolo $\boldsymbol{\gamma}$ é a radiação em uma faixa próxima do visível, produzindo após interagir com os cintiladores.

Inicialmente, os antineutrinos[5], do elétron atravessam o primeiro cintilador[6], e interagem com os prótons do cádmio duplamente ionizado, resultando no chamado "decaimento inverso", onde um pósitron (e^+) é produzido. O pósitron então aniquila-se com um elétron da solução, gerando raios gama (Γ) de alta energia. Esses raios gama interagem com o cintilador, fazendo com que ele emita fótons (γ) em uma faixa próxima do visível, permitindo que os fotomultiplicadores[7], detectem o sinal.

---

[5] Os antineutrinos foram gerados como subprodutos do processo de decaimento beta dos nêutrons, os quais foram originados a partir do reator de uma usina nuclear.

[6] Os cintiladores são materiais que emitem luz quando expostos a radiação ionizante, sendo comumente usados em detectores de partículas.

[7] Os fotomultiplicadores são dispositivos eletrônicos sensíveis que convertem fótons de frequências próximas ao espectro visível em sinais elétricos amplificados.

Na segunda reação, o cádmio, que possui N nêutrons, absorve um nêutron, resultando em um estado instável. Após um curto período, o cádmio emite radiação gama (Γ), voltando a um estado estável. Por fim, o raio gama resultante das reações nucleares pode interagir tanto com o segundo cintilador quanto com o primeiro, produzindo o fóton que é medido pelo fotomultiplicador [10].

Dessa forma, os dois sinais detectados são característicos de uma aniquilação pósitron-elétron e da captura de nêutrons, respectivamente, fornecendo evidências cruciais para a detecção bem-sucedida dos neutrinos do elétron pelo Experimento de Cowan e Reines.

2.1.2 Neutrino do Múon - Experimento de Lederman-Schwartz-Steinberger (1962)

A ideia do experimento foi verificar se há alguma diferença entre os neutrinos associados ao elétron e os neutrinos associados aos múons. Iremos considerar inicialmente que os neutrinos do elétron e do múon são iguais e serão denotados por v.

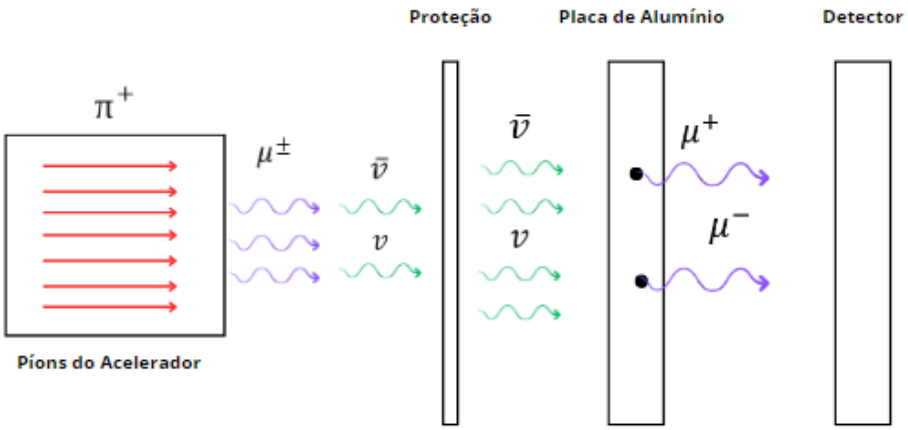

Figura 2. Esquema do experimento que verifica se neutrinos relacionados ao múon são diferentes daqueles do elétron, inspirado em [11]. A proteção é feita de forma que apenas os neutrinos atravessem e próxima o suficiente de onde os píons são produzidos para que não ocorra o decaimento do múon.

O experimento começa com a criação de um feixe de píons carregados (π^+). Esses mésons são produzidos através de um acelerador de partículas e são direcionados para o aparato experimental como mostrado na Figura 2. Logo em

seguida os píons carregados (π^+) decaem, e na maioria das vezes da seguinte forma [12]:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^\pm + \left(\frac{v}{\bar{v}}\right). \tag{2.5}$$

Com o intuito de impedir a passagem de partículas carregadas, é colocada uma proteção em volta do aparato experimental. Assim, apenas os neutrinos ou antineutrinos atravessam a proteção. Os neutrinos ou antineutrinos interagem com a placa de alumínio via decaimento beta e teremos então quatro interações possíveis [12]:

$$\bar{v} + p^+ \rightarrow n + e^+, \tag{2.6}$$

$$v + n \rightarrow p^+ + e^-, \tag{2.7}$$

$$\bar{v} + p^+ \rightarrow n + \mu^+, \tag{2.8}$$

$$\bar{v} + n \rightarrow p^+ + \mu^-. \tag{2.9}$$

Porém, apenas os dois últimos decaimentos foram detectados, ou seja, apenas os múons e antimúons associados, respectivamente, aos antineutrinos e neutrinos foram detectados como resultado. Elétrons e pósitrons foram detectados, provenientes de neutrinos não produzidos pelo acelerador. Portanto, foi concluído que existem pelo menos dois tipos de neutrinos, um associado ao elétron, e outro associado ao múon.

O sucesso deste experimento foi fundamental para a validação da teoria de neutrinos e representou um avanço significativo na compreensão das propriedades e comportamentos das partículas subatômicas. O reconhecimento desse trabalho com o Prêmio Nobel de Física em 1988 destacou a importância dessa contribuição para a física de partículas.

2.1.3 Neutrino do Tau - Colaboração DONUT (2000)

A detecção direta do neutrino tauônico apresenta desafios significativos devido à sua natureza elusiva e à sua interação extremamente fraca com a matéria. Não

obstante, têm sido conduzidos experimentos com o intuito de identificar neutrinos tauônicos e examinar suas propriedades. Alguns desses experimentos utilizam aceleradores de partículas para gerar neutrinos tauônicos, enquanto outros exploram fontes naturais, como a radiação cósmica.

O propósito central do experimento em questão era verificar a produção do lépton tau (τ^-) através da interação de neutrinos com o aço, resultando em um decaimento beta expresso pela equação [13]:

$$v_\tau + n \rightarrow p^+ + \tau^- . \tag{2.10}$$

Além disso, o experimento visava mensurar as energias dos produtos finais provenientes do decaimento do tau (τ^-). É importante salientar que o tau apresenta diversos canais de decaimento, e alguns destes incluem [13]:

$$\tau^- \rightarrow e^- + v_\tau + v_e , \tag{2.11}$$

$$\tau^- \rightarrow \mu^- + v_\tau + v_\mu , \tag{2.12}$$

$$\tau^- \rightarrow \pi^+ + v_\tau , \tag{2.13}$$

$$\tau^- \rightarrow 2\pi^- + \pi^+ + \pi^0 + v_\tau . \tag{2.14}$$

Inicialmente, vamos definir algumas abreviações, X^- é uma partícula carregada negativamente e pode conter neutrinos do elétron (v_e) e do múon (v_μ), por exemplo, no canal de decaimento (2.12) teríamos $X^- \equiv \mu^- + v_\mu$, e Y^- é composta por várias outras partículas com carga final negativa sem a presença de neutrinos, por exemplo, no canal de decaimento (2.14), $Y^- \equiv 2\pi^- + \pi^+ + \pi^0$.

Assim, temos a seguinte representação experimental:

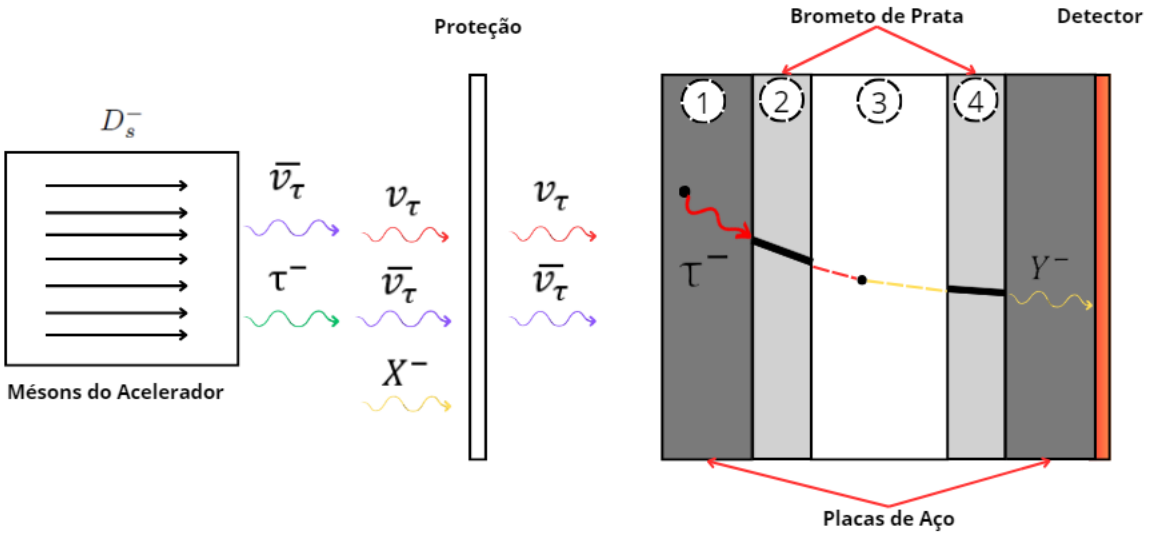

Figura 3. Ilustração representando o experimento de detecção de neutrinos do tau, inspirada em [14] e [15]. Uma barreira de proteção impede que partículas carregadas alcancem o detector. Na etapa 1, os neutrinos do tau interagem com o aço, gerando o tau identificado pela seta vermelha. Na etapa 2, a trajetória do tau é registrada como uma faixa escura na placa de Brometo de Prata (AgBr), antes de sua eventual decaída. Na etapa 3, o tau decai em $\boldsymbol{Y}^-$, área onde apenas o plástico está presente. Na etapa 4, a partícula $\boldsymbol{Y}^-$ é carregada, deixando um rastro na placa de AgBr, antes de ser finalmente medida pelo detector.

Primeiramente, os mésons $Charm(D_s^-)$[8], são gerados no acelerador de partículas e dirigidos em direção ao dispositivo experimental. Posteriormente, esses mésons decaem em tau e antineutrino do tau. Em seguida, o tau decai através de algum canal específico. Partículas carregadas (X^-) são retidas na proteção, permitindo apenas que os neutrinos do tau atravessem [13].

Em seguida, ocorre a interação dos neutrinos do tau com a placa de aço na região 1, conforme descrito pela reação (2.10). Antes de decair, o tau deixa uma marca de sua trajetória na região 2, e na região 3 ocorre o decaimento do tau. Busca-se identificar apenas os canais de decaimento que envolvem neutrinos do tau (ν_τ) e as partícula Y^-. Essas partículas deixam uma marca de sua trajetória na região 4, e seus momentos lineares são registrados no detector [13].

[8]Os mésons $Charm(D_s^-)$ são produzidos em experimentos de alta energia através da colisão de prótons com átomos de tungstênio.

Para reconstruir a trajetória do tau de maneira precisa, contamos com o escurecimento das placas de AgBr, que nos permite visualizar suas interações. Durante o experimento, observamos um desvio nas trajetórias das partículas Y^- em relação ao caminho esperado para o tau (região 2).

Embora o neutrino do tau possa atravessar o detector sem deixar um rastro detectável, devido à sua leveza e à sua fraca interação com a matéria, as partículas secundárias carregadas (Y^-), geradas pelo decaimento do tau, interagem com as placas de AgBr (região 4). Essas interações resultam em desvios notáveis nas trajetórias das partículas secundárias.

Portanto, os desvios observados nas trajetórias das partículas secundárias fornecem evidências claras de interações significativas, indicando assim a presença do neutrino do tau no experimento.

3 Descrição dos Neutrinos

Com a detecção bem sucedida dos neutrinos, tornou-se importante descrevê-los. Com este intuito, faz-se necessário uma formulação relativística da mecânica quântica, cuja descrição será feita neste capítulo.

Partindo de um ponto de vista não relativístico da mecânica quântica, por meio da equação de Schrödinger, cujas soluções são funções de onda que contém todas as informações sobre um estado particular de um sistema [16]. Tendo em vista que Schrödinger obteve sua equação a partir da relação não relativística entre energia e momento,

$$E = \frac{p^2}{2m}, \tag{3.1}$$

promovendo tais quantidades a operadores, que atuam nas funções de onda,

$$\hat{\mathrm{E}} \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \tag{3.2}$$

$$\hat{p} \rightarrow -i\hbar\nabla = -i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right). \tag{3.3}$$

Klein e Gordon, com intuito de conseguirem um equivalente relativístico, realizaram o mesmo procedimento utilizando a relação relativística entre momento e energia,

$$E^2 = p^2 + m^2. \tag{3.4}$$

Assim, partindo da relação (3.4), e fazendo os operadores energia ($\hat{\mathrm{E}}$) e momento ($\hat{p}$) atuarem na função de onda (ψ), teremos [16]:

$$\hat{\mathrm{E}}^2\psi(\vec{x},t) = \hat{p}^2\psi(\vec{x},t) + m^2\psi(\vec{x},t). \tag{3.5}$$

Associando tal equação às relações (3.2) e (3.3), obtemos a equação de Klein e Gordon, que é, em suma, a equação de Schrödinger na forma relativística:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \nabla^2\psi - m^2\psi, \tag{3.6}$$

esta que pode ser expressa em sua forma covariante, onde $\partial^u\partial_u \equiv (\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2})$:

$$(\partial^u\partial_u + m^2)\psi = 0, \tag{3.7}$$

A equação de Schrodinger em sua forma relativística descreve bem partículas relativística, como os neutrinos, por exemplo. Com intuito de descrever tais partículas, é importante calcular a densidade de probabilidade e a corrente de probabilidade. A densidade de probabilidade "ρ" representa a probabilidade, por unidade de comprimento $\vec{x}$, de encontrar a partícula representada pela função de onda $\psi\ (\vec{x}, t)$, num instante t, próxima à coordenada $\vec{x}$; já a corrente de probabilidade refere-se à probabilidade por segundo de que uma partícula seja encontrada ao cruzar algum ponto de referência [17].

Assim, adotando o mesmo procedimento utilizado para a equação de Schrödinger [16], temos o complexo conjugado da Equação de Schrödinger em sua forma relativística (3.6):

$$\frac{\partial^2\psi*}{\partial t^2} = \nabla^2\psi^* - m^2\psi^*, \tag{3.8}$$

fazendo os produtos: $\psi^*(\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \nabla^2\psi - m^2\psi)$ e $\psi(\frac{\partial^2\psi*}{\partial t^2} = \nabla^2\psi^* - m^2\psi^*)$, obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}) = \nabla(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*), \tag{3.9}$$

logo, a densidade de probabilidade é dada por [16]:

$$\rho = i(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t}), \tag{3.10}$$

e a corrente de probabilidade:

$$\mathrm{j} = -i(\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*). \tag{3.11}$$

É essencial destacar que a densidade de probabilidade é uma quantidade real e positiva por definição. No entanto, observou-se que a positividade da densidade relacionada à equação de Klein e Gordon (3.10) está sujeita ao valor de ψ. Essa questão torna-se evidente no caso da partícula livre, cuja solução é expressa como [16]:

$$\psi(\vec{x}, t) = N e^{i(px - Et)}, \tag{3.12}$$

onde,

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -iE\psi(\vec{x}, t) \tag{3.13}$$

e

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial t} = -iE\psi^*(\vec{x}, t), \tag{3.14}$$

e assim, obtemos a densidade de probabilidade:

$$\rho = 2E\psi^*\psi. \tag{3.15}$$

Portanto, dada a relação relativística entre energia e momento (3.4), temos como consequência que a densidade de probabilidade pode assumir valores negativos, o que seria um absurdo. Esse foi um dos desafios de se obter uma equação

para mecânica quântica relativística, já que não é possível interpretar a relação (3.10) como uma densidade de probabilidade.

Em vista deste problema emergente ao considerar a equação de Klein Gordon para descrever a mecânica quântica relativística, Dirac surgiu com uma formulação alternativa.

3.1 Equação de Dirac

Dirac observou que ao impor que partículas relativísticas sigam a relação (3.4), resulta em uma equação com uma segunda derivada temporal. Dado que a teoria da relatividade trata o espaço e o tempo de maneira simétrica, ele procurou resolver essa questão buscando uma equação de onda linear no tempo, isto é, da forma [16]:

$$\hat{\mathrm{E}}\psi = (\alpha.\hat{p} + \beta m)\psi, \tag{3.16}$$

onde o hamiltoniano de Dirac, é:

$$\hat{H}_D = (\alpha.\hat{p} + \beta m). \tag{3.17}$$

Escrevendo a equação (3.16) em termos dos operadores (3.2) e (3.3), temos

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi = (-i\alpha_x\frac{\partial}{\partial x} - i\alpha_y\frac{\partial}{\partial y} - i\alpha_z\frac{\partial}{\partial z} + \beta m)\psi. \tag{3.18}$$

Caso as soluções da equação (3.18), de fato representem partículas relativísticas, elas devem satisfazer a relação entre energia e momento de Einstein (3.4) e, consequentemente, a equação de Klein e Gordon (3.6).

Com intuito de determinar α e β, ao aplicarmos o operador energia mais uma vez à equação (3.18), com objetivo de aparecer termos como p^2 e m^2, similares à relação entre momento e energia de Einstein, e comparando o resultado obtido para

"$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi$" com a equação de Klein e Gordon (3.6), extraímos as seguintes condições para α e β [16]:

$$\alpha_x^2 = \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = \beta^2 = I, \tag{3.19}$$

$$\alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i = 0(i \neq j), \tag{3.20}$$

$$\alpha_i\beta + \beta\alpha_i = 0. \tag{3.21}$$

Para que as relações de anticomutação (3.20) e (3.21) sejam verdadeiras, os α_i e β não podem ser apenas números, mas podem ser matrizes. Iremos expressá-las inferindo suas propriedades a partir das condições (3.19), (3.20) e (3.21).

Podemos obter a primeira propriedade considerando as condições (3.19) e (3.21), e o caráter cíclico dos traços das matrizes [16]:

$$Tr(ABC) = Tr(BCA) = Tr(CAB), \tag{3.22}$$

assim, teremos:

$$Tr(\alpha_i) = Tr(\alpha_i\beta\beta) = Tr(\beta\alpha_i\beta) = -Tr(\alpha_i\beta\beta) = -Tr(\alpha_i) \tag{3.23}$$

$$\Rightarrow \ Tr(\alpha_i) = 0,$$

$$Tr(\beta) = Tr(\alpha_i\alpha_i\beta) = Tr(\alpha_i\beta\alpha_i) = \tag{3.24}$$

$$-Tr(\beta\alpha_i\alpha_i) = -Tr(\beta) \Rightarrow Tr(\beta) = 0.$$

Portanto, temos nossa primeira propriedade:

$$Tr(\alpha_i) \ = \ Tr(\beta) = 0. \tag{3.25}$$

Para obter nossa segunda propriedade, tomemos o produto entre a equação de autovalor ($\alpha_i u = \lambda u$) e α_i [16]:

$$\alpha_i\alpha_i u = \lambda\alpha_i u, \tag{3.26}$$

portanto, temos nossa segunda propriedade:

$$u = \lambda^2 u \rightarrow \lambda = \pm 1. \tag{3.27}$$

Em outras palavras, as matrizes α_i possuem autovalores $+1$ e -1, o mesmo se aplica para a matriz β. Somando estas duas propriedades (3.25) e (3.27), podemos concluir que estas matrizes α_i e β possuem dimensão par, sendo mais especifico, possuem dimensão 4[9].

Uma terceira propriedade pode ser obtida considerando que o operador Hamiltoniano de Dirac ((3.16)), é hermitiano, pois $E^\dagger = E$, tal que,

$$\alpha^\dagger . \vec{p} + \beta^\dagger m = \alpha . \vec{p} + \beta m, \tag{3.28}$$

logo, podemos concluir que as matrizes α_i e β também são hermitianas.

A partir das propriedades descritas acima, podemos concluir que a função de onda ψ, também conhecida como espinor de Dirac, possui quatro componentes,

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} \tag{3.29}$$

onde α_i e β são matrizes 4x4 de operadores que devem atuar no espinor de Dirac. Finalmente, podemos representar essas matrizes por meio das matrizes de Pauli, em uma representação de Pauli-Dirac, teremos então [16]:

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \text{ e } \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix},$$

onde $\vec{\sigma} = \sigma_x \hat{\imath} + \sigma_y \hat{\jmath} + \sigma_z \hat{k}$, de tal forma que,

---

[9] A dimensão não pode ser 2, pois neste caso, poderíamos ter $\alpha_1 = \alpha_x$, $\alpha_2 = \alpha_y$, $\alpha_3 = \alpha_z$, $\beta = I_{2x2}$. Portanto, considerando a relação de anticomutação $\{\alpha_i, \beta\} = 0$, teríamos obrigatoriamente $\alpha_i = 0$.

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ i & 0 \end{pmatrix}; \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ e } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Assim como foi feito na equação de Klein e Gordon, estamos interessados em calcular a corrente de probabilidade e densidade de probabilidade. Iremos utilizar a mesma técnica, porém observe que função de onda, neste caso, é dada em termos de um espinor de quatro componentes $(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)$. Portanto, o complexo conjugado (ψ^*) é substituído pelo hermitiano conjugado $(\psi^\dagger)$, que equivale a conjugar e, posteriormente, transpor a matriz. Tomaremos então o hermitiano conjugado da equação de Dirac (3.18),

$$-i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial t} = (i\alpha_x{}^\dagger\frac{\partial}{\partial x} + i\alpha_y{}^\dagger\frac{\partial}{\partial y} + i\alpha_z{}^\dagger.\frac{\partial}{\partial z} - \beta^\dagger m)\psi^\dagger, \tag{3.30}$$

fazendo o produto $\psi^\dagger$pela equação (3.18) $-$ ψ pela equação (3.30), obtemos [16]:

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t}\psi^\dagger + i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial t}\psi = \psi^\dagger\left(-i\alpha_x\frac{\partial\psi}{\partial x} - i\alpha_y\frac{\partial\psi}{\partial y} - i\alpha_z.\frac{\partial\psi}{\partial z} + \beta m\psi\right) - \psi\left(i\alpha_x{}^\dagger\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial x} + i\alpha_y{}^\dagger\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial \mathrm{y}} + i\alpha_\mathrm{z}{}^\dagger.\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial \mathrm{z}} - \beta^\dagger \mathrm{m}\psi^\dagger\right), \tag{3.31}$$

considerando que α é uma matriz hermitiana, e levando em conta que

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}\psi^\dagger + \frac{\partial\psi^\dagger}{\partial t}\psi = \frac{\partial\psi}{\partial t}[\psi^\dagger\psi], \tag{3.32}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}\alpha_x\psi^\dagger + \frac{\partial\psi^\dagger}{\partial x}\alpha_x\psi = \frac{\partial}{\partial x}[\psi^\dagger\alpha_x\psi], \tag{3.33}$$

escrevendo de uma forma simplificada,

$$\nabla.(\psi^\dagger\alpha\psi) + \frac{\partial}{\partial t}(\psi^\dagger\psi) = 0. \tag{3.34}$$

Assim, podemos determinar a densidade de probabilidade,

$$\rho = \psi^\dagger\psi = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + |\psi_3|^2 + |\psi_4|^2, \tag{3.35}$$

e a corrente de probabilidade,

$$\vec{j} = \psi^{\dagger}\alpha\psi. \tag{3.36}$$

Importante observar que a nova corrente de probabilidade assume apenas valores positivos, como deve ser, de fato. Ou seja, Dirac, ao escrever uma equação linear no espaço e no tempo resolve o problema da densidade de probabilidade negativa, e fornece uma equação que descreve a mecânica quântica relativística e que carrega, em seu espinor um importante significado físico.

3.2 Forma Covariante da Equação de Dirac

Tendo em vista a invariância de Lorentz na equação de Dirac, podemos expressar sua forma covariante, ou seja, em termos dos índices de Lorentz [16]. Para tal, tomemos o produto entre a equação (3.18) e a matriz β:

$$i\beta\frac{\partial}{\partial t}\psi + i\beta\alpha_x\frac{\partial}{\partial x}\psi + i\beta\alpha_y\frac{\partial}{\partial y}\psi + i\beta\alpha_z.\frac{\partial}{\partial z}\psi - \beta^2 m\psi = 0, \tag{3.37}$$

e definamos as matrizes γ^u de Dirac, que satisfazem a álgebra de Clifford, [10], como:

$$\gamma^{\mu} = (\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3), \tag{3.38}$$

onde, utilizando as unidades naturais,

$$\gamma^0 \equiv \beta, \gamma^1 \equiv \beta\alpha_x, \gamma^2 \equiv \beta\alpha_y, \gamma^3 \equiv \beta\alpha_z, \tag{3.39}$$

[10] A álgebra de Clifford, um campo da matemática, estende os números complexos e os quaternions para espaços vetoriais mais abrangentes. Ela é construída a partir de formas quadráticas e introduz elementos chamados 'clifs' ou 'multivetores', que são combinações lineares de produtos de vetores.

e a quadri derivada covariante,

$$\partial_\mu \equiv (\partial_0, \partial_1, \partial_2, \partial_3) \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right). \tag{3.40}$$

Adotando as definições acima e tomando ainda que $\beta^2 = 1$, a equação (3.37) torna-se:

$$i\,\gamma^0\partial_0\psi \,+\, i\,\gamma^1\partial_1\psi \,+\, i\,\gamma^2\partial_2\psi \,+\, i\,\gamma^3\partial_3\psi \,-\, m\psi \,=\, 0, \tag{3.41}$$

e pode ser escrita como,

$$\left(i\gamma^\mu\partial_\mu - m\right)\psi = 0, \tag{3.42}$$

equivalente a forma covariante da Equação de Dirac.

3.3 Soluções da Equação de Dirac

Como previamente abordado, o espinor de Dirac é composto por quatro componentes, o que difere da função de onda ψ na mecânica quântica não relativística. Isso nos leva à questão de como descrever partículas como elétrons ou neutrinos utilizando quatro componentes. Inicialmente, busquemos soluções de ondas planas para partículas livres na forma [16]:

$$\psi(\vec{x}, t) = u(E, p)e^{i(p.x - Et)}, \tag{3.43}$$

onde ψ é uma função de onda que satisfaz a equação de Dirac e $u(E, p)$ é o espinor de Dirac.

Vamos começar analisando o caso mais simples, em que a partícula está em repouso ($p \,=\, 0$), para posteriormente explorar o caso geral. Nesse cenário, a solução de onda plana pode ser expressa como [16]:

$$\psi(\vec{x},t) = u(E,0)e^{-iEt}. \tag{3.44}$$

Assim, ao resolver os termos da equação (3.42) para a função de onda acima, expressa apenas em termos de t, obtemos:

$$\partial_0\psi \;=\; -iE\psi \tag{3.45}$$

consequentemente, estabelecemos a relação:

$$E\gamma^0 u(E,0) \;=\; mu(E,0). \tag{3.46}$$

Expressando a Equação (3.46) na forma de uma equação de autovalor, em termos da matriz diagonal γ^0 e das componentes do espinor $u(E,0)$, obtemos [16]:

$$E\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix},$$

ao resolver as equações mencionadas, obtemos quatro soluções na forma [16]:

$$u_1(E,0) \;=\; N\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, u_2(E,0) \;=\; N\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, u_3(E,0) \;=\; N\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, u_4(E,0) \;=\; N\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

onde N é a constante de normalização[11].

---

[11] "N" representa a constante de normalização das soluções da equação de Dirac, determinada pelas condições específicas do problema físico em estudo e das convenções adotadas na formulação teórica. Seu valor exato depende do contexto da equação de Dirac e das condições do problema em questão.

É evidente que u_1 e u_2 possuem autovalor de energia positivo ($E = +m$), enquanto u_3 e u_4 possuem autovalor de energia negativo ($E = -m$). Associando essas soluções à relação (3.44), obtemos [16]:

$$\psi_1 = N\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}e^{-imt},\ \psi_2 = N\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}e^{-imt},\ \psi_3 = N\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}e^{+imt},\ \psi_4 = N\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}e^{+imt},$$

estas soluções estão associadas a energias e frequências positivas (ψ_1 e ψ_2) e negativas (ψ_3 e ψ_4).

Vamos agora buscar uma solução geral para a equação de Dirac, usando como base o caso anteriormente tratado. Ao resolver os termos da equação (3.42) para a função de onda (3.43), obtemos:

$$\partial_0\psi = -iE\psi;\ \partial_1\psi = ip_x\psi;\ \partial_2\psi = ip_y\psi;\ \partial_3\psi = ip_z\psi, \tag{3.47}$$

substituindo na equação de Dirac [16]:

$$\left(\gamma^0 E - \gamma^1 p_x - \gamma^2 p_y - \gamma^3 p_z - m\right)u(E,p)e^{i(p.x-Et)} = 0, \tag{3.48}$$

que pode ser escrito em termos do índice μ,

$$\left(\gamma^\mu\, p_\mu - m\right)u = 0, \tag{3.49}$$

e, por meio da representação de Pauli-Dirac:

$$\left[\begin{pmatrix} I & 0\\ 0 & -I\end{pmatrix}E - \begin{pmatrix} 0 & \sigma.\mathrm{p}\\ -\sigma.\mathrm{p} & 0\end{pmatrix} - m\begin{pmatrix} I & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\right]u = 0. \tag{3.50}$$

O produto $\sigma.\mathrm{p}$ segue das representações matriciais apresentadas anteriormente:

$$\sigma.\mathrm{p} \equiv \sigma_x.p_x + \sigma_y.p_y + \sigma_z.p_z = \begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y\\ p_x + ip_y & -p_z\end{pmatrix},$$

dado que o espinor u possui quatro componentes, podemos expressá-lo em termos de u_A e u_B, cada um com duas componentes, ou seja,

$$u = \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix}, \text{ com } u_A = \begin{pmatrix} {u_A}^{(1)} \\ {u_A}^{(2)} \end{pmatrix}, \text{ e } u_B = \begin{pmatrix} {u_B}^{(1)} \\ {u_B}^{(2)} \end{pmatrix},$$

relacionando as equações acima, obtemos [16]:

$$\left[\begin{pmatrix} (E-m)I & 0 \\ 0 & -(E+m)I \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \sigma.\mathrm{p} \\ -\sigma.\mathrm{p} & 0 \end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} = 0.$$

Isso nos leva ao sistema de equações:

$$(E-m)Iu_A - (\sigma.\mathrm{p})u_B = 0 \tag{3.51}$$

e

$$(\sigma.\mathrm{p})u_A - (E+m)Iu_B = 0, \tag{3.52}$$

do qual obtemos:

$$u_A = \frac{\sigma.\mathrm{p}}{(E-m)I} u_B, \tag{3.53}$$

$$u_B = \frac{\sigma.\mathrm{p}}{(E+m)I} u_A, \tag{3.54}$$

utilizando a representação ortogonal mais simples,

$${u_A}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, {u_A}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

obtemos:

$${u_B}^{(1)} = \frac{1}{E+m}\begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & -p_z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{E+m}\begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix},$$

com solução associada:

$$u_1(E,p) = N_1\begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} = \frac{N_1}{E+m}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix},$$

e

$$u_B{}^{(2)} = \frac{1}{E+m}\begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & -p_z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{E+m}\begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ -p_z \end{pmatrix},$$

com solução associada:

$$u_2(E,p) = N_2\begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} = \frac{N_2}{E+m}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ p_x - ip_y \\ -p_z \end{pmatrix}.$$

O mesmo procedimento pode ser feito escolhendo a representação:

$$u_B{}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ u_B{}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

do qual obtemos as soluções associadas [16]:

$$u_3(E,p) = \frac{N_3}{E-m}\begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ u_4(E,p) = \frac{N_4}{E-m}\begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ -p_z \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Substituindo um dos espinores nas equações de Dirac, é evidente que a relação entre energia e momento de Einstein é recuperada. Prosseguindo com este raciocínio, podemos observar facilmente que os espinores u_1 e u_2 e estão associados a energias positivas, enquanto u_3 e u_4 estão associados a energias negativas.

A próxima etapa após a obtenção das soluções da equação de Dirac envolve suas interpretações. A primeira sugestão para as soluções de energia negativa foi apresentada por Dirac por meio do conceito de Mar de Dirac, também conhecido como teoria do buraco [18]. Este é um modelo teórico do vácuo considerado como um mar infinito em que todos os estados de energia negativa estão preenchidos por partículas.

Considerando, por exemplo, que as partículas que preenchem esse vácuo são elétrons, podemos imaginar que um fóton externo com energia pelo menos duas

vezes a massa do elétron pode interagir com um desses elétrons no vácuo, como ilustrado na Figura 4, excitando-o. Dessa forma, o elétron excitado terá energia maior que zero, e o que permanece no vácuo é um "buraco" com energia positiva e todos os números quânticos opostos aos do elétron. Em resumo, a ausência de um elétron com energia negativa é equivalente à presença de um pósitron com energia positiva. Assim, um buraco no vácuo de Dirac corresponde a antipartículas de energia positiva e com números quânticos opostos aos da partícula original.

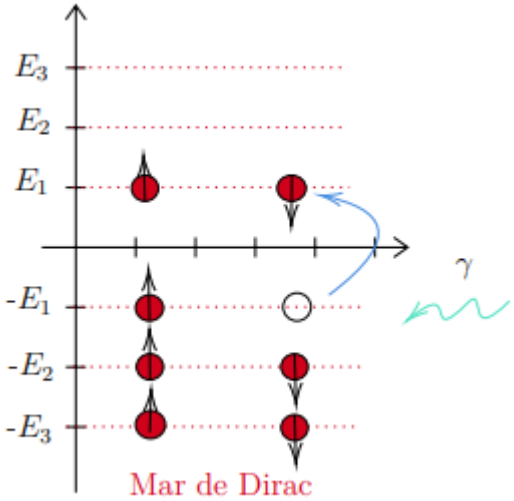

Figura 4. Representação do Mar de Dirac. Quando o fóton excita o mar de Dirac, um elétron é promovido deixando um buraco para trás, que se comporta como uma partícula com mesmas propriedades do elétron, mas com carga positiva. Fonte: [19].

No entanto, essa abordagem do "mar de Dirac" enfrenta desafios conceituais significativos. Por exemplo, a presença de um número infinito de partículas com energia negativa no vácuo quântico levanta questões sobre a conservação de energia e não se encaixa perfeitamente nos princípios da teoria quântica de campos relativísticos. Além disso, a interpretação do 'mar de Dirac' não fornece uma explicação satisfatória para as interações entre partículas e antipartículas [20]. Uma interpretação mais moderna das antipartículas é baseada na Teoria Quântica de Campos (TQC), onde as antipartículas são tratadas como entidades independentes e igualmente fundamentais às partículas. Em vez de serem interpretadas como "buracos" no vácuo, as antipartículas são consideradas como partículas com propriedades físicas próprias, como massa, carga e spin opostos aos das partículas correspondentes.

Portanto, embora o conceito do "mar de Dirac" tenha sido uma contribuição importante para a física de partículas, ele é considerado simplificado e não completamente preciso pelos padrões da TQC. A interpretação moderna das antipartículas como entidades independentes é mais consistente com os princípios fundamentais da física quântica.

3.4 Simetrias

A partir da análise da seção 3.3, evidenciamos a composição do universo por partículas, representando a matéria, e antipartículas, representando a antimatéria. Essas entidades surgem e se aniquilam em pares, exemplificado no processo:

$$\gamma \rightarrow l^{+} + l^{-}, \tag{3.55}$$

em que l denota um lépton. Essa dinâmica sugere a existência de quantidades equilibradas entre partículas e antipartículas.

No entanto, a aniquilação de uma partícula e uma antipartícula, liberando energia no processo, levantaria a expectativa de um universo preenchido predominantemente por energia, sem a presença de matéria. Este paradoxo indica que, na realidade, o universo contém uma abundância de partículas em relação às antipartículas [21]. A busca por explicações para esse fenômeno centraliza-se nas simetrias no contexto das interações fracas, uma das forças mais enigmáticas do universo, com os neutrinos desempenhando um papel crucial em sua compreensão.

O termo "força fraca" é atribuído à sua baixa intensidade, evidenciada, por exemplo, no decaimento beta do carbono-14 (14C), um isótopo amplamente utilizado em paleontologia para datação de fósseis [22]. Este isótopo decai ao longo de um período de 5730 anos, indicando a natureza sutil da interação envolvida [21].

Nesta seção, exploraremos algumas simetrias que, por muito tempo, foram consideradas absolutas, mas que, ao considerarmos as interações fracas, revelam nuances intrigantes. Para compreender essas simetrias, é essencial esclarecer,

inicialmente, o conceito de helicidade. A helicidade é definida como a projeção do spin de uma partícula ao longo de sua direção de movimento, expressa pela equação [17]:

$$h = \frac{\vec{s}.\vec{p}}{p}. \tag{3.56}$$

Uma partícula pode ser categorizada de acordo com sua helicidade, assumindo a forma de mão direita ($h = +1$) ou mão esquerda ($h = -1$). A condição de mão direita ocorre quando a direção do spin e do momento linear são paralelas, enquanto a mão esquerda é designada quando essas direções são antiparalelas, conforme ilustrado na Figura 5. Vale ressaltar que a helicidade não é um invariante de Lorentz, o que significa que, em geral, é possível escolher um referencial no qual a direção da partícula seja modificada. No entanto, essa flexibilidade não se aplica a partículas sem massa, que viajam à velocidade da luz, tornando impossível selecionar um referencial que altere a direção de propagação dessas partículas [17].

Este cenário, entretanto, é modificado ao considerarmos o caso dos neutrinos, nos quais apenas neutrinos de mão esquerda e antineutrinos de mão direita são observados na natureza. Isso é evidenciado pelo decaimento do méson píon em repouso, representado por:

$$\pi^- \rightarrow \mu + \bar{\nu}_\mu \ . \tag{3.57}$$

Dado que o píon está em repouso durante o decaimento, devido à conservação do momento linear, as partículas resultantes se movem em direções opostas. Como o píon possui spin igual a zero, a conservação do momento angular exige que a soma dos spins das partículas resultantes seja zero. Consequentemente, o múon e o antineutrino do múon terão spins opostos [17].

Portanto, no decaimento do píon, o múon e o antineutrino do múon são sempre observados como partículas de mão direita, apesar de se observarem múons de mão esquerda na natureza. Isso implica que os antineutrinos são consistentemente de mão direita. Compreender esses aspectos relacionados à helicidade é fundamental para a compreensão das simetrias discutidas a seguir.

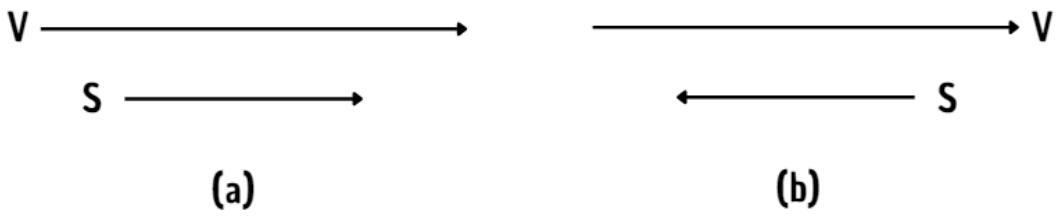

Figura 5. (a) Representação de uma partícula com helicidade de mão direita; (b) Representação de uma partícula com helicidade de mão esquerda.

3.5 Paridade

A paridade, como uma simetria associada a uma imagem espelhada, pode ser ilustrada pela analogia de levantar a mão direita diante de um espelho, onde a imagem refletida levanta a mão esquerda. Em termos matemáticos, o operador de paridade está relacionado a uma inversão espacial. Ao considerarmos o movimento de partículas, a conservação da paridade implica que as medições são independentes da direção do movimento, seja para frente ou para trás. Matematicamente, isso se traduz na substituição de $\vec{x}$ por $-\vec{x}$ nas equações, resultando em medidas e previsões que não são alteradas.

Até meados de 1956, acreditava-se que o inverso de qualquer processo era possível. No entanto, os físicos Tsung-Dao Lee e Chen Ning Yang perceberam uma exceção no contexto da força fraca, apesar de haver muitas evidências de conservação para as forças forte e eletromagnética. Essa percepção surgiu durante o estudo do decaimento de partículas estranhas tau (τ) e teta (θ), que, embora compartilhassem carga, massa e tempo de vida idênticos, exibiam comportamentos distintos. A partícula teta decaía em dois píons, enquanto a partícula tau decaía em três píons. Com a paridade dos píons conhecida ($P = -1$), concluiu-se que a paridade da tau era $P = -1$, enquanto a do teta era $P = 1$. Ou seja, se a paridade fosse conservada, essas partículas, com propriedades idênticas, deveriam ter a mesma paridade [23].

Para testar a conservação da paridade nas interações fracas, Lee e Yang colaboraram com Chien Shiung Wu, e propuseram um teste utilizando o decaimento beta do cobalto-60, um experimento crucial para explorar a natureza da paridade nas interações fracas [24].

$$Co^{60} \rightarrow Ni^{60} + e^{-} + \bar{\nu}_e. \tag{3.58}$$

O experimento proposto para testar a conservação da paridade envolvia alinhar os núcleos de cobalto-60 radioativo através de um campo magnético uniforme, de modo que seus spins estivessem orientados, por exemplo, na direção do eixo z. Se a força fraca conservasse a paridade, os decaimentos (a) e (b) na Figura 6 deveriam ocorrer com a mesma frequência. No entanto, observou-se que os elétrons eram preferencialmente emitidos na direção do spin do cobalto, indicando que, de fato, a paridade não é uma simetria das interações fracas.

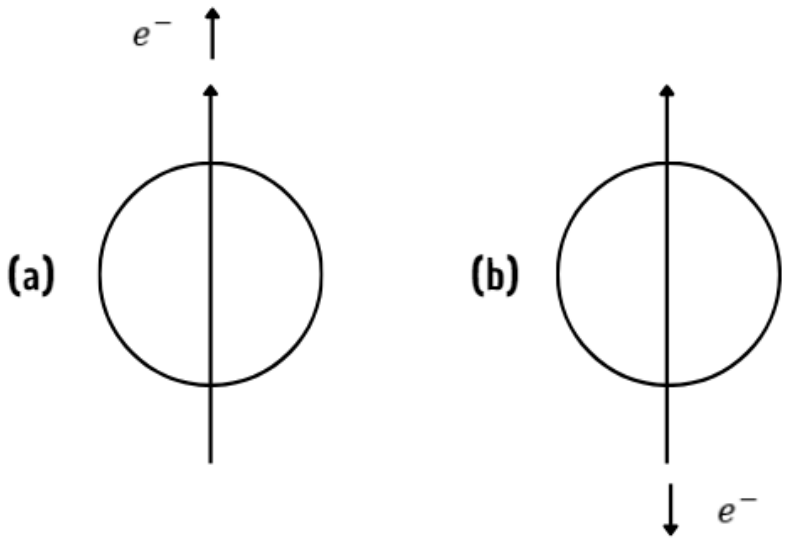

Figura 6. (a) Representação do caso comum, em que o elétron é emitido na direção do spin do núcleo; (b) Representação do caso raro, em que o elétron é emitido na direção oposta ao spin do núcleo.

Em 1957, foi confirmado que a paridade não é conservada nas interações fracas. No entanto, acreditava-se que a conjugação de carga poderia ser uma simetria. O operador de conjugação de carga converte cada partícula em sua antipartícula, invertendo o sinal de todos os seus números quânticos (como número

bariônico, leptônico e estranheza) e carga, sem alterar massa, energia, momento e spin,

$$C|p> = |\bar{p}>. \tag{3.59}$$

Dentro desse contexto, apenas as partículas que são suas próprias antipartículas conservam a paridade, como é o caso do fóton, cujos números quânticos são nulos. No entanto, ao aplicar o operador de conjugação de carga a um neutrino, cuja helicidade é de mão esquerda,

$$C|v_{ME}> = |\bar{v}_{ME}>. \tag{3.60}$$

Obtemos um antineutrino de mão esquerda, o qual não é observado na natureza. Esse resultado evidencia que a conjugação de carga não é uma simetria nas interações fracas, lançando luz sobre as complexidades desses fenômenos subatômicos.

3.6 Conservação combinada de Conjugação de carga e paridade

Considerando que as interações fracas não conservam paridade e conjugação de carga, observou-se que a combinação dessas duas simetrias, aplicando primeiro o operador paridade e, em seguida, o operador conjugação de carga, apresentava uma conservação. Em outras palavras, ao aplicar o operador paridade a um neutrino de mão esquerda, obtemos um neutrino de mão direita, que, ao ser submetido ao operador conjugação de carga, transforma-se em um antineutrino de mão direita,

$$|v_{ME}> \rightarrow |v_{MD}> \rightarrow |\bar{v}_{MD}>. \tag{3.61}$$

Este processo é observado na natureza. No entanto, surgiu um caso peculiar no contexto do méson estranho kaon. Percebeu-se que essa partícula tinha a capacidade de transformar-se em sua antipartícula, mas também podia decair em dois

ou três píons. Essa situação assemelha-se aos casos das partículas teta e tau, onde um estado contendo dois píons possui paridade $+1$, enquanto um estado contendo três píons possui paridade -1. Logo, uma única partícula não poderia decair em ambas as direções.

Os físicos Gell-Mann propuseram que as partículas observadas no laboratório não eram K^0 e $\bar{K}^0$, mas sim uma combinação linear destas [25]:

$$|K_c >= \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0 > -|\bar{K}^0 >), \tag{3.62}$$

$$|K_l >= \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0 > +|\bar{K}^0 >), \tag{3.63}$$

que são autoestados do operador CP,

$$CP|K_c > K_c, \tag{3.64}$$

$$CP|K_l > = - K_l. \tag{3.65}$$

Se a CP é conservada nas interações fracas, K_c só poderia decair em estados com $CP = +1$ (dois píons), e K_l em estados com $CP = -1$ (três píons). Em 1964, Cronin e Fitch realizaram um experimento produzindo um feixe de kaons, onde, ao deixá-lo percorrer uma longa distância, foi possível selecionar apenas o decaimento em três píons (K_l). Eles observaram 45 eventos de 2 píons em um total de 22.700 decaimentos, evidenciando a violação da CP.

A não conservação de CP nas interações fracas proporciona um mecanismo para a preferência da matéria sobre a antimatéria, indicando que existem processos que favorecem a matéria. No entanto, a violação isolada de CP não é suficiente para explicar completamente nosso universo. Dessa forma, especula-se que essa assimetria pode ser explicada também pelo processo de oscilação de sabor, descrito no próximo capítulo, caso os antineutrinos oscilem a uma taxa ligeiramente diferente dos neutrinos. Essa complexidade abre novas perspectivas para entender a predominância da matéria em nosso universo.

4 Oscilação dos Neutrinos

Neste capítulo, abordaremos três aspectos fundamentais relacionados aos neutrinos: o enigma dos neutrinos solares, as oscilações dessas partículas e a confirmação experimental desse fenômeno intrigante. Iniciaremos discutindo a discrepância entre as previsões teóricas e as observações dos neutrinos solares, um mistério que intrigou os cientistas por décadas. Em seguida, descreveremos em detalhes como ocorrem as oscilações dos neutrinos para um caso simplificado envolvendo dois sabores, um fenômeno que desafia nossa compreensão convencional das partículas elementares. Por fim, examinaremos os experimentos pioneiros que finalmente confirmaram a existência das oscilações de neutrinos, lançando luz sobre uma das questões mais intrigantes da física de partículas.

4.1 O problema dos Neutrinos Solares

Na metade do século XIX, Lord Rayleigh se comprometeu a calcular a idade do Sol. Ele assumiu que a fonte de energia do sol era a gravidade. Rayleigh mostrou que a idade máxima do Sol era substancialmente menor que a idade da terra, prevista pelos geólogos da época, e menor ainda quando comparada com a idade prevista pela teoria da evolução de Darwin [26].

Em 1896, o francês Antoine Henri Becquerel descobriu a radioatividade. E estudos posteriores, ele e Mari Curie notaram que substâncias radioativas emitem quantidades prodigiosas de calor. O que sugere que a fonte de energia do Sol não fosse a gravidade, mas sim a fissão nuclear.

Em 1920, Aston completou uma série de medições sobre pesos atômicos, e Eddington notou que quatro átomos de hidrogênios pesam ligeiramente mais do que um átomo de hélio-4. Isto implicaria (de acordo com a relatividade, onde $E = mc^2$) que uma fusão de quatro hidrogênios seria energeticamente favorável, e o resultaria em uma liberação substancial de energia.

Eddigton sugeriu que este processo (a fusão nuclear) alimentava o Sol e em essência, ele estava certo. Mas ele não sabia qual mecanismo mantia os hidrogênios juntos, e teve que esperar o desenvolvimento da física nuclear em 1930, quando Chadwick descobre o nêutron e Pauli “inventa” o Neutrino.

Em 1938, o físico Alemão Hans Bethe trabalhou em detalhes o processo de fusão nuclear em estrelas pesadas, o que se revelou ser algo mais complicado posteriormente. Em estrelas pesadas, o mecanismo dominante é o ciclo CNO (Carbono – Nitrogênio – Oxigênio), onde o processo de fusão é catalizado por pequenas quantidades destes três elementos.

No caso do Sol, a rota dominante é chamada de *PP Chain*, ou Cadeia Próton-Próton [27]. O processo da *PP Chain* envolve uma série de reações nucleares que ocorrem em sequência, começando com um par de prótons e resultando na forma de um núcleo de hélio. Existem várias etapas na *PP Chain*, que são chamadas de PP I, PP II e PP III.

A cadeia Próton-Próton

$$p^+ + p^+ \rightarrow d + e^+ + v_e, \tag{4.1}$$

$$p^+ + p^+ + e^- \rightarrow d + v_e. \tag{4.2}$$

Segunda etapa (PP II): o núcleo de deutério funde-se com outro próton, produzindo um núcleo de hélio-3, através da interação forte,

$$d + p^+ \rightarrow He^3 + \gamma. \tag{4.3}$$

Terceira etapa (PP III): Neste momento, o Hélio-3 (He^3) tem três opções de interações. Opção 1: Juntar-se a outro próton livre para formar uma partícula alpha (He^4),

$$He^3 + p^+ \rightarrow \alpha + e^+ + v_e. \tag{4.4}$$

Opção 2: Dois He^3 se juntarem para formar uma partícula alpha e dois prótons,

$$He^3 + He^3 \rightarrow \alpha + p^+ + p^+. \quad (4.5)$$

Opção 3: Um He^3 combinar-se com uma partícula alpha e formar o Be^7,

$$He^3 + \alpha \rightarrow Be^7 + \gamma. \quad (4.6)$$

Em seguida pode ocorrer algumas reações com o berílio, porém os detalhes destas reações não nos interessam no momento. O ponto que vale observar é que todas as interações que começam com hidrogênio, terminam com partículas α (He^4), precisamente a reação de Eddington.

Fótons levam mil anos para percorrer o caminho do centro até a superfície, e o que vemos da Terra não nos diz muito sobre o interior. Mas neutrinos, devido à sua interação tão fraca, emergem praticamente ilesos após passar pelo Sol. Portanto, os neutrinos são as sondas perfeitas para estudar o interior do Sol.

Na cadeia de reações pp, há cinco reações que geram neutrinos. Infelizmente, eles têm energia relativamente baixa, e a maioria dos detectores é insensível nessa faixa. Por esse motivo, embora os neutrinos de boro-8 sejam muito menos abundantes, a maioria dos experimentos realmente trabalha com eles.

Certamente há muitos neutrinos provenientes do Sol. John Bahcall, responsável pela maioria dos cálculos sobre a abundância de neutrinos solares, gostava de dizer que 100 bilhões de neutrinos atravessam sua unha a cada segundo; no entanto, eles são tão etéreos que você pode esperar apenas uma ou duas reações induzidas por neutrinos em seu corpo durante toda a sua vida.

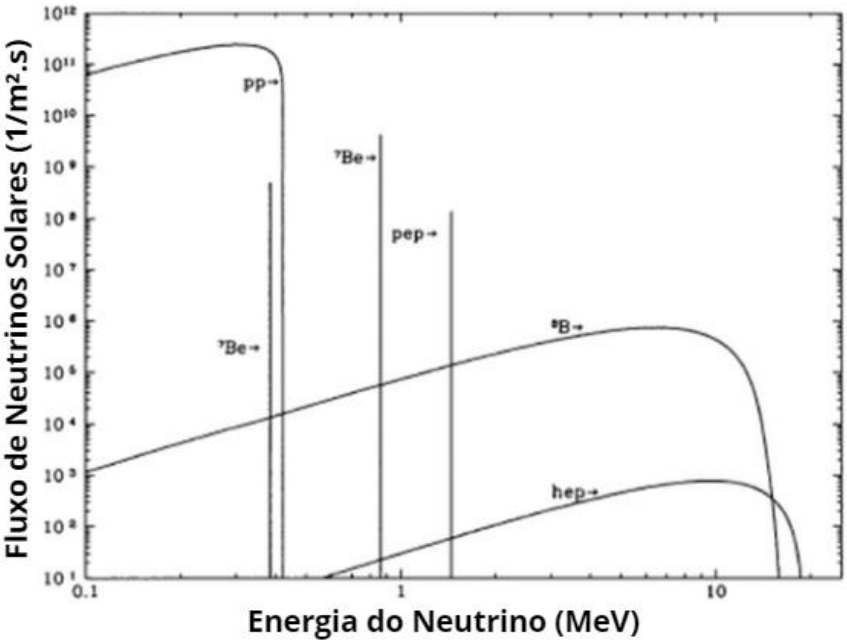

Figura 7. Os espectros de energia calculados para neutrinos solares. Fonte: [28].

Em 1968, Ray Davis e colaboradores, relataram os primeiros experimentos para medir neutrinos solares, usando um enorme tanque de cloro (na verdade, um fluido de limpeza) na mina de Homestake em Dakota do Sul (é necessário fazê-lo profundamente subterrâneo para eliminar o fundo de raios cósmicos) [29]. O cloro pode absorver um neutrino e converter-se em argônio pela reação:

$$v_e + Cl^{37} \rightarrow Ar^{37} + e^{-}. \tag{4.7}$$

O experimento de Davis, pelo qual ele finalmente recebeu o Prêmio Nobel em 2002, coletou átomos de argônio por vários meses (eles foram produzidos a uma taxa de cerca de um átomo a cada dois dias). A acumulação total foi apenas cerca de um terço do que Bahcall previu [30]. Assim nasceu o famoso Problema dos Neutrinos Solares.

4.2 Oscilação em dois sabores

Naquela época, a maioria dos físicos presumia que os experimentos estavam equivocados. Afinal, Davis afirmou ter detectado apenas 33 átomos de argônio em um tanque contendo 615 toneladas métricas de tetracloreto de carbono, levantando a possibilidade de que alguns tenham escapado à detecção. Do ponto de vista teórico, os cálculos de Bahcall exigiam uma confiança audaciosa no chamado Modelo Solar Padrão do interior do Sol. No entanto, gradualmente, a comunidade científica começou a levar a sério o problema dos neutrinos solares - especialmente quando outros experimentos, empregando métodos de detecção distintos, corroboraram a escassez.

Em 1968, Bruno Pontecorvo propôs uma explicação notavelmente simples para o enigma dos neutrinos solares. Ele sugeriu que os neutrinos eletrônicos emitidos pelo Sol se metamorfoseiam durante sua trajetória, transformando-se em uma espécie diferente (talvez neutrinos do múon ou até mesmo antineutrinos), escapando assim à detecção do experimento de Davis. Esse é o mecanismo que agora conhecemos como oscilação de neutrinos. A teoria subjacente é notavelmente simples e essencial, trata-se da mecânica quântica de estados mistos, que por sua vez guarda semelhanças surpreendentes com a teoria clássica de osciladores acoplados [30].

Considere o cenário com dois neutrinos de tipos diferentes: o neutrino do elétron (v_e) e o neutrino do múon (v_u). Se um deles pode espontaneamente converter-se no outro, isso implica que nenhum dos dois é um autovetor da hamiltoniana, ou seja, seus estados estacionários não têm uma energia bem definida.

De acordo com a equação de Schrödinger, os estados estacionários, que são soluções da equação $H\psi = E\psi$ (onde H é o operador hamiltoniano e E é a energia), têm uma dependência temporal do tipo $e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$, onde $\hbar$ é a constante reduzida de Planck e i é a unidade imaginária ($\sqrt{-1}$). Essa forma exponencial é fundamental para descrever a evolução temporal de sistemas quânticos em estados estacionários.

No entanto, como os neutrinos do elétron e do múon podem converter-se espontaneamente um no outro, eles não podem ser descritos por estados estacionários tradicionais, uma vez que não possuem uma energia definida. Portanto,

os estados dos neutrinos são melhor descritos como combinações lineares de autovetores da hamiltoniana, que são mutuamente ortogonais [27].

Essas combinações lineares ortogonais representam os estados quânticos dos neutrinos e são fundamentais para entender o fenômeno de oscilação de neutrinos, no qual a probabilidade de detectar um determinado tipo de neutrino varia à medida que se propagam no espaço.

Podemos expressar os coeficientes de oscilação em termos de senos e cossenos, a fim de impor uma normalização implícita:

$$v_1 = \cos\boldsymbol{\theta}.v_u - \operatorname{sen}\boldsymbol{\theta}.v_e, \tag{4.8}$$

$$v_2 = \operatorname{sen}\boldsymbol{\theta}.v_u + \cos\boldsymbol{\theta}.v_e, \tag{4.9}$$

de acordo com a equação de Schröndiger, estes auto-estados tem uma dependência simples com o tempo: $e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$, temos então,

$$v_1(t) = v_1(0)e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}}, \tag{4.10}$$

$$v_2(t) = v_2(0)e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}}. \tag{4.11}$$

Vamos considerar que a partícula comece como um neutrino do elétron, assim:

$$v_e(0) = 1 \; e \; v_u(0) = 0, \tag{4.12}$$

então, no instante inicial,

$$v_1(0) = -sen\boldsymbol{\theta} \; e \; v_2(0) = cos\boldsymbol{\theta}\,, \tag{4.13}$$

neste caso,

$$v_1(t) = -sen\theta(e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}}) \ e \ v_2(t) = cos\theta(e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}}). \tag{4.14}$$

Resolvendo as equações (4.8) e (4.9), os verdadeiros estados estacionários com combinação lineares ortogonais, para v_u, temos:

$$v_u(t) = cos\,\theta.v_1(t) \ + \ sen\,\theta.v_2\,(t), \tag{4.15}$$

logo,

$$v_u(t) = cos\,\theta.(-sen\theta)(e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}}) \ + \ sen\,\theta\,cos\theta(e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}}), \tag{4.16}$$

podemos exemplificar, obtendo:

$$v_u(t) = cos\,\theta.sen\theta\left(e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}} + e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}}\right). \tag{4.17}$$

Então, a probabilidade de um neutrino do elétron se converter em um neutrino do múon ($v_e \rightarrow v_u$) depois de um tempo t, será:

$$|v_u(t)|^2 = [cos\,\theta.sen\theta\left(e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}} + e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}}\right)]^2, \tag{4.18}$$

exemplificando, obtemos:

$$|v_u(t)|^2 = \left[sen(2\theta).sen\left((E_2 - E_1).\frac{t}{2\hbar}\right)\right]^2. \tag{4.19}$$

Lembrando que $E^2 - |\mathbf{p}|^2c^2 = m^2c^4$, evidentemente, então,

$$E_2 - E_1 \approx \frac{m_2^2c^3 - m_1^2c^3}{2|\mathbf{p}|} \approx \frac{m_2^2 - m_1^2}{2E}c^4. \tag{4.20}$$

Através da análise das soluções da equação de Schrödinger e da observação de oscilações de neutrinos em experimentos, conclui-se que os neutrinos do elétron e do múon não são estados com energias bem definidas (ou seja, não são autovetores da hamiltoniana). Em vez disso, eles são representados por combinações lineares de autovetores, que são estados estacionários mutuamente ortogonais.

Essa característica única dos neutrinos é responsável pelo fenômeno de oscilação de neutrinos. Ao se propagarem no espaço, os neutrinos oscilam entre os diferentes sabores (eletrônico, múonico, tauônico) devido às combinações lineares de autovetores associadas a cada sabor. Isso implica que, ao longo do tempo, a probabilidade de um neutrino do elétron se converter em um neutrino do múon (ou vice-versa) varia, resultando em um comportamento quântico intrigante e uma importante área de pesquisa na física de partículas. As oscilações de neutrinos têm implicações profundas para nossa compreensão da matéria, energia e a própria natureza do universo em escalas subatômicas.

4.3 Confirmação do Fenômeno de Oscilação

Em 2001, a colaboração Super-Kamiokande (SuperK) apresentou seus resultados sobre neutrinos solares. Ao contrário do experimento de Davis, o SuperK utiliza água como detector. E é sensível a neutrinos muônicos e tauônicos, além de neutrinos eletrônicos. O processo é o espalhamento elástico de neutrinos: $v + e \rightarrow v + e$ o elétron de saída é detectado pela radiação Cherenkov que é emitida na água [31].

Super-Kamiokande (SuperK)

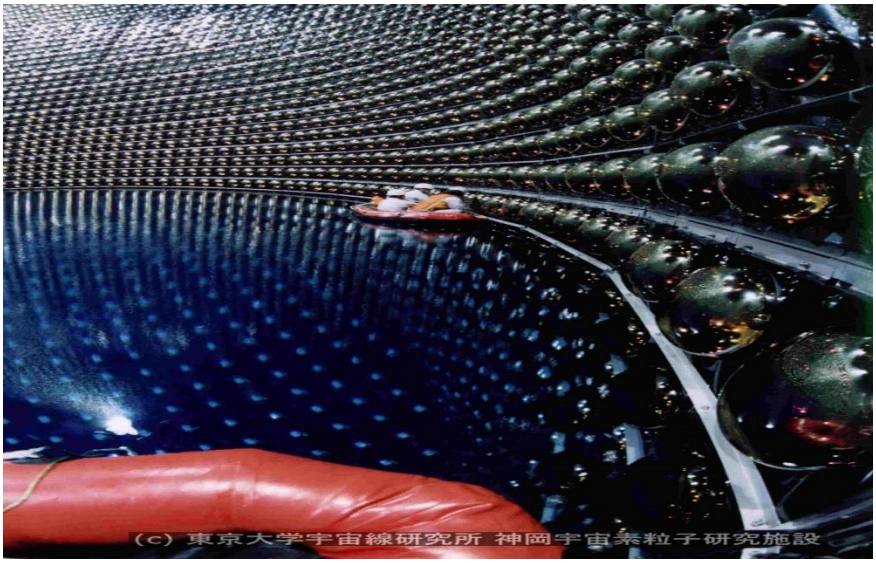

Figura 8. Super-Kamiokande, localizado a 1 km debaixo da terra na mina de Mozumi, propriedade da Kamioka Mining and Smelting Co. na cidade de Hida (antigamente conhecida como Kamioka), Gifu, Japão. Fonte: [32].

O neutrino pode ser de qualquer tipo, mas a eficiência de detecção é 6,5 vezes maior para neutrinos eletrônicos do que para os outros dois tipos. Eles registraram 45% do número previsto, assumindo que todos esses neutrinos ainda fossem neutrinos eletrônicos. Mas lembre-se de que o detector é menos eficiente na contagem de neutrinos muônicos e tauônicos. Se alguns dos neutrinos eletrônicos tivessem se convertido em neutrinos muônicos ou tauônicos, o fluxo real seria maior, mas eles não podiam dizer o quanto, pois não tinham como saber qual fração dos neutrinos havia de fato se convertido.

Enquanto isso, no Observatório de Neutrinos Solar (SNO), um experimento muito semelhante estava em andamento, mas debaixo d'água com nêutrons em água pesada (D_2O) em vez de água comum. A vantagem da água pesada é que os nêutrons presentes permitem outras duas reações, além do espalhamento elástico em elétrons e, assim permitem medir separadamente o fluxo de neutrinos eletrônicos e o fluxo total de neutrinos. No verão de 2001, a colaboração SNO publicou seus primeiros resultados, relatando o processo de absorção de neutrinos (que se aplica apenas a neutrinos eletrônicos) [33]. Eles obtiveram 35% do fluxo previsto. Se você comparar isso com os dados do SuperK (45%), parece que 10% dos neutrinos detectados no SuperK devem, na verdade, ter sido muônicos ou tauônicos. Mas sabemos que o

detector é 6,5 vezes mais eficiente para neutrinos eletrônicos, assim, Se esses 10% fossem, de fato, neutrinos eletrônicos, eles seriam contados como 65% (6,5 vezes mais eficiente), e a soma total seria 100%. A precisão desses números foi considerada tão perfeita que muitas pessoas concluíram que o problema dos neutrinos solares estava resolvido e que as oscilações de neutrinos estavam confirmadas. Ainda assim, nem todos estavam convencidos, porque esse argumento envolve uma concatenação de dados de diferentes instrumentos, obtidos sob diferentes condições. Para confirmar definitivamente, as medições do fluxo total de neutrinos e do fluxo de neutrinos eletrônicos, tiveram que ser feitas sob condições idênticas. Esses resultados foram finalmente fornecidos pela colaboração SNO em abril de 2002 [34].

Observatório de Neutrinos Solar

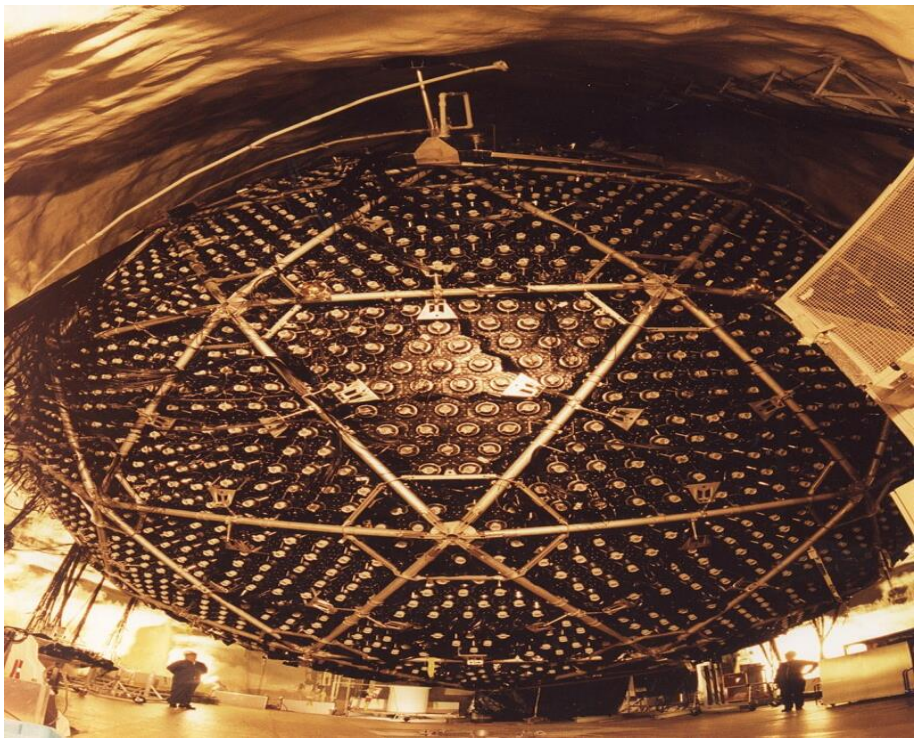

Figura 9. The Sudbury Neutrino Observatory (SNO), localizado a 2100 metros abaixo da superfície na Mina Creighton da Vale em Sudbury, Ontário, Canadá. Fonte: [35].

Mecanismos de Detecção:

Experimento Homestake (1968):

$$v_e + Cl^{37} \rightarrow Ar^{37} + e.$$

Experimento Super-Kamiokande (1998):

$$v + e \rightarrow v + e.$$

Observatório de Neutrinos Solar (2002):

$$v + e \rightarrow v + e,$$
$$v_e + d \rightarrow p + p + e,$$
$$v + d \rightarrow n + p + e + v.$$

Sabemos que o Sol não é o único fornecedor de neutrinos. Existem também fontes terrestres (materiais radioativos, reatores nucleares e aceleradores de partículas), fontes atmosféricas (raios cósmicos) e fontes astronômicas (supernovas). Na verdade, a primeira evidência forte de oscilações de neutrinos foi obtida no Kamiokande (antecessor do SuperK), nos primeiros anos da década de 1990, usando neutrinos atmosféricos [36]. Os neutrinos atmosféricos vêm principalmente da decomposição de píons e múons produzidos quando raios cósmicos (prótons de alta energia do espaço exterior) atingem moléculas de ar na atmosfera superior, resultando nas reações:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + v_\mu, \tag{4.20}$$
$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{v}_\mu, \tag{4.21}$$
$$\mu^+ \rightarrow e^+ + v_e + \bar{v}_\mu, \tag{4.22}$$
$$\mu^- \rightarrow e^- + v_\mu + \bar{v}_e. \tag{4.23}$$

Evidentemente, deveria haver o dobro de neutrinos (e antineutrinos) muônicos em comparação com os neutrinos eletrônicos. No entanto, o Kamiokande encontrou

números aproximadamente iguais de neutrinos eletrônicos e muônicos. Isso sugere que os neutrinos muônicos estão se convertendo em um sabor diferente.

Ao considerarmos os resultados desses experimentos em conjunto com as evidências obtidas em outros contextos, como os experimentos com neutrinos atmosféricos, percebemos a convergência de diferentes linhas de evidência em suporte à teoria das oscilações de neutrinos.

5 Considerações Finais

Ao longo deste trabalho, exploramos diversos aspectos fascinantes da história, descrição e comportamento dos neutrinos, que são partículas fundamentais do universo. A detecção dos neutrinos, um marco significativo na física experimental, abriu caminho para a investigação mais aprofundada dessas partículas elusivas. Começamos nossa jornada revisitando a história dos neutrinos, desde sua predição teórica até os avanços experimentais que levaram à sua detecção. Essa trajetória nos permitiu compreender melhor os desafios enfrentados pelos cientistas ao tentar detectar essas partículas quase sem massa e quase sem interação. Em seguida, mergulhamos na descrição dos neutrinos, explorando conceitos como a Equação de Dirac e suas soluções, além de discutir as simetrias subjacentes e as propriedades de paridade e CP. Esses fundamentos teóricos são essenciais para entender a natureza peculiar dos neutrinos e seu comportamento único. Por fim, investigamos as oscilações dos neutrinos, um fenômeno intrigante que desafia nossa compreensão tradicional de partículas elementares. Ao discutir o problema dos neutrinos solares e as oscilações em dois sabores, pudemos testemunhar a capacidade dos neutrinos de mudar de identidade enquanto viajam pelo espaço, um fenômeno que só foi confirmado por meio de experimentos meticulosos de detecção.

À medida que concluímos esta jornada, é evidente que os neutrinos continuam a desafiar nossas concepções fundamentais sobre a física de partículas e o funcionamento do universo. Logo, existem pontos neste trabalho que podem ter continuidade no futuro, como por exemplo, a natureza da massa dos neutrinos, sua hierarquia e o efeito de massa em longas distâncias [37].

Portanto, ao concluir este trabalho, espero ter oferecido uma base de conhecimento solida a respeito da física dos neutrinos. Destaquei sua história e detecção, uma base matemática para descreve-lo e fenômeno de oscilação, proporcionando uma compreensão dos conceitos fundamentais envolvidos. Espero que este trabalho tenha sido útil para os leitores, fornecendo um apoio significativo aqueles que estão começando a explorar a natureza complexa e ainda não totalmente compreendida dos neutrinos.

Referências Bibliográficas

[1] LINCOLN, D. And so ad infinitum: The search for quark and lepton substructure. *The Physics Teacher*, American Association of Physics Teachers, v. 56, n. 4, p. 204–209, 2018.

[2] COTTINGHAM, W. N.; GREENWOOD, D. A. An introduction to the standard model of particle physics. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

[3] RYDEN, B. *Introduction to cosmology*. [S.l.]: Cambridge University Press, [S.l.: s.n.], 2017.

[4] SILVA, Ellen Victórya Soares da. *Física de neutrinos e o universo primordial.* Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, 2022.

[5] PAULI, W. Dear radioactive ladies and gentlemen. *Physics Today, v. 31, n. 9, p. 27, 1978*.

[6] FERMI, E. *An attempt of a theory of beta radiation*. 1. *Zeitschrift für Physik, v. 88, p. 161–177, 1934.*

[7] BETHE, H.; PEIERLS, R. The neutrino. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 133, n. 3366, p. 689–690, 1934.

[8] REINES, F. The neutrino: From poltergeist to particle. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 68, n. 2, p. 317, 1996.

[9] COOPER, N. G. *Los Alamos Science, Number 25: Celebrating the neutrino*, 1997.

[10] COWAN, C. L.; REINES, F. Detection of the free neutrino. *Physical Review*, v. 93, n. 2, p. 601-606, 1954.

[11] Amorim, Jedson Fernades de. *Introdução à Física de Neutrinos*. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.

[12] LEDERMAN, Leon M.; SCHWARTZ, Melvin; STEINBERGER, Jack. Observation of high-energy muon neutrinos. *Physical Review Letters*, v. 9, n. 6, p. 228-232, 1962.

[13] DONUT COLLABORATION. Observation of tau neutrinos. *Physical Review Letters*, v. 85, n. 14, p. 2896-2900, 2000.

[14] BARISH, B. Tau Neutrino Physics: An Introduction. *Nuclear Physics B – Proceedings Supplements*, v. 98, n. 1-3, p. 12-35, 2001.

[15] How To Make a Direct Observation of the NU Tau. Disponível em: https://indico.cern.ch/event/104466/attachments/15569/22547/DONUT_Asli.pdf. Acesso em: 27 mar. 2024.

[16] THOMSON, M. *Modern particle physics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013.

[17] SAKURAI, J. J.; COMMINS, E. D. *Modern quantum mechanics, revised edition*. [S.l.]: American Association of Physics Teachers, 1995.

[18] GRIFFITHS, D. *Introduction to elementary particles*. 2. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2020.

[19] NETO, Osvaldo Ferreira. *Explorando a equação de Dirac: Um passeio por isolantes Topológicos e Férmions de Majorana*, Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.

[20] GRIFFITHS, David. Neutrino Oscillations. In: *Introduction to elementary particles*. 2. ed. [*S. l.*]: Wiley, 2020. cap. 1, p. 20-23.

[21] LINCOLN, D. *Understanding the universe: From quarks to the cosmos*. [S.l.]: World Scientific, 2012. v. 1.

[22] BJÖRCK, S.; WOHLFARTH, B. 14 c chronostratigraphic techniques in paleolimnology. In: Tracking environmental change using lake sediments. [S.l.]: Springer, 2002. p. 205–245.

[23] LEE, T.-D.; YANG, C.-N. *Question of parity conservation in weak interactions*. *Physical Review*, APS, v. 104, n. 1, p. 254, 1956.

[24] WU, C.-S. et al. *Experimental test of parity conservation in beta decay. Physical Review*, APS, v. 105, n. 4, p. 1413, 1957.

[25] ROBSON, B. et al. Parity of pions and cp violation in neutral kaon system. World Scientific Publishing Company, 2013.

[26] Bahcall, J. N. (ed) et al. *Solar neutrinos: The first thirty years.* Westview, Boulder, CO, 2002.

[27] GRIFFITHS, David. Neutrino Oscillations. *In*: *Introduction to Elementary Particles*. 2. ed. [*S. l.*]: Wiley, 2020. cap. 11, p. 387-398.

[28] BAHCALL, N. et al. *The Astrophysical Journal, v. 621, L85, 2005.*

[29] DAVIS, R. Jr.; HARMER, D. S.; HOFFMAN, K. C. *Physical Review Letters,* v. 20, p. 1205, 1968.

[30] BAHCALL, J. N.; BAHCALL, N. A.; SHAVIV, G. *Physical Review Letters,* v. 20, p. 1209, 1968.

[31] FUKUDA, Y. et al. Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. *Physical Review Letters*, v. 81, n. 1562, 1998. DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.1562.

[32] SUPERKAMIOKANDE. Disponível em: https://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/en/sk/experience/gallery/. Acesso em: 24 set. 2024. s.d.

[33] AHMAD, Q. R. et al. Measurement of the Rate of ve + d → p + p + e− Interactions Produced by B8 Solar Neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory. *Physical Review Letters*, v. 87, n. 071301, 2001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.87.071301.

[34] AHMAD, Q. R. et al. Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory. *Physical Review Letters*, v. 89, n. 011301, 2002. DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.011301.

[35] SUDBURY NEUTRINO OBSERVATORY. Disponível em: https://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/en/sk/experience/gallery/. Acesso em: 24 set. 2024. s.d.

[36] HIRATA, K. S. et al. Observation of Large Atmospheric Neutrino Oscillation. *Physical Review Letters B*, v. 280, n. 146, 1992. DOI: 10.1016/0370-2693(92)90045-6.

[37] MOHAPATRA, R. N.; PAL, P. B. Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics. World Scientific Publishing, 2004.